Занятие №2.
«ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ»

Теория вероятностей – один из наиболее важных прикладных разделов математики. Многие явления окружающего нас мира поддаются описанию только с помощью теории вероятностей. Ее преподают в школах многих стран, а в России она была возвращена в школу стандартом 2004 года и пока остается новым разделом.

Учащиеся пока еще испытывают определенные трудности при изучении теории вероятностей и статистики. Поэтому в начале нашего повествования приводятся очень подробные решения нескольких распространенных задач.

В школьном курсе теории вероятностей и в задачах ЕГЭ имеются общепринятые соглашения. Этих соглашений мы придерживаемся и здесь. А именно: монета, игральный кубик (кость), жребий считаются правильными (честными). Это означает, что при бросании монеты, кубика или жребия все элементарные события (исходы) опыта равновозможны. Это же касается других экспериментов, в которых сказано, что производится случайный выбор, – все элементарные исходы такого выбора равновозможны.

Рассмотрим задачи, в которых можно непосредственно выписать равновозможные элементарные события эксперимента. Решая такие задачи, нужно придерживаться общей схемы.

1. Определить, в чем состоит **случайный эксперимент, и какие у него элементарные события (исходы)**. Убедиться, что они равновозможны.

2. Найти **общее число элементарных событий *N***.

3. Определить, какие элементарные события благоприятствуют интересующему нас событию A, и **найти их число *N*(*A*)**. (Событие можно обозначить любой буквой.)

4. **Найти вероятность** события A по формуле $P(A)=\dfrac{N(A)}{N}$.

Опыты с равновозможными элементарными исходами

№1. Вася, Петя, Коля и Лёша бросили жребий – кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должен будет Петя.

Решение. Случайный эксперимент – бросание жребия. Элементарное событие в этом эксперименте – участник, который выиграл жребий. Перечислим их:

(Вася), (Петя), (Коля) и (Лёша).

Общее число элементарных событий N равно 4. Жребий подразумевает, что элементарные события равновозможны.

Событию A = {жребий выиграл Петя} благоприятствует только одно элементарное событие (Петя). Поэтому $N(A)$ = 1. Тогда $P(A)=\dfrac{N(A)}{N}=\dfrac{1}{4}=0{,}25$.

Ответ: 0,25.

№2. Игральный кубик (кость) бросили один раз. Какова вероятность того, что выпало число очков, большее чем 4?

Решение. Здесь случайный эксперимент – бросание кубика. Элементарное событие – число на выпавшей грани. Граней всего шесть. Перечислим все элементарные события:

1, 2, 3, 4, 5 и 6.

Значит, N = 6.

Событию A = {выпало больше чем 4} благоприятствуют два элементарных события: 5 и 6. Поэтому $N(A)$ = 2. Элементарные события равновозможны, поскольку подразумевается, что кубик честный. Поэтому $P(A)=\dfrac{N(A)}{N}=\dfrac{2}{6}=\dfrac{1}{3}$.

Ответ: $\dfrac{1}{3}$.

№3. В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно один раз.

Решение. Орел обозначим буквой О. Решку – буквой Р. В описанном эксперименте могут быть следующие элементарные исходы:

ОО, ОР, РО и РР.

Значит, $N = 4$.

Событию А = {выпал ровно один орел} благоприятствуют элементарные события ОР и РО. Поэтому $N(A) = 2$. Тогда $P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{2}{4} = 0{,}5$.

Ответ: 0,5.

№4. В случайном эксперименте бросают два игральных кубика. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 8 очков.

Решение. Элементарный исход в этом опыте – упорядоченная пара чисел. Первое число выпадает на первом кубике, а второе – на втором. Множество элементарных исходов удобно представить таблицей. Строки соответствуют результату первого броска, столбцы – результату второго броска. Всего элементарных событий $N = 36$.

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Напишем в каждой клетке таблицы сумму выпавших очков и закрасим клетки, где сумма равна 8. Таких ячеек пять. Значит, событию A = {сумма равна 8} благоприятствуют пять элементарных исходов. Следовательно, $N(A) = 5$. Поэтому $P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{5}{36}$.

Ответ: $\frac{5}{36}$.

№5. В случайном эксперименте монету бросили три раза. Какова вероятность того, что орел выпал ровно два раза?

Решение. Орел обозначим буквой О. Решку – буквой Р. В описанном эксперименте элементарные исходы – тройки, составленные из букв О и Р. Выпишем их все в таблицу:

Элементарный исход	Число орлов
ООО	3
ООР	2
ОРО	2
ОРР	1
РОО	2
РОР	1
РРО	1
РРР	0

Всего исходов получилось 8. Значит, $N = 8$.

Событию A = {орел выпал ровно два раза} благоприятствуют элементарные события ООР, ОРО и РОО (они выделены в таблице). Поэтому $N(A) = 3$. Тогда $P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{3}{8} = 0{,}375$.

Ответ: 0,375.

ЗАДАНИЯ

1. Учитель нарисовал на доске квадрат $ABCD$ и предлагает учащемуся выбрать две вершины. Сколько элементарных событий в этом опыте?

2. Учитель нарисовал на доске квадрат $ABCD$ и случайно выбирает две вершины. Какова вероятность того, что выбранные вершины соединяются диагональю?

3. Три друга А., Б. и В. летят на самолете. При регистрации им достались три кресла подряд, и друзья заняли их в случайном порядке. Найдите вероятность того, что А. сидит рядом с Б.

4. Игральный кубик бросают дважды. Сколько элементарных исходов опыта благоприятствуют событию A = {сумма очков равна 5}?

5. Игральный кубик бросают дважды. Какая сумма очков наиболее вероятна?

6. Игральный кубик бросают дважды. Найдите число элементарных исходов, благоприятствующих событию

B = {произведение выпавших очков больше или равно 10}.

7. Бросают два игральных кубика. Найдите вероятность того, что произведение выпавших очков больше или равно 10.

8. Монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что выпадет хотя бы один орел.

9. Монету бросают три раза. Найдите вероятность того, что орел выпадет более одного раза.

10. Монету бросают три раза. Какова вероятность того, что результаты двух первых бросков будут одинаковы?