

**Программа государственного экзамена для бакалавров
по направлению «Прикладная математика и информатика»
на 2022/2023 учебный год**

Математический анализ

1. Понятие функции действительного переменного. Функциональная зависимость и способы её задания. Основные элементарные функции и их графики.
2. Непрерывная функция. Непрерывность функции в точке. Арифметические операции над непрерывными функциями. Понятие обратной и монотонной функции.
3. Приращение аргумента и функции. Понятие производной функции и её геометрический и физический смысл. Дифференцирование обратной и сложной функций.
4. Производные основных элементарных функций. Уравнение касательной и нормали к плоской кривой.
5. Понятие дифференциала. Его геометрический смысл. Дифференцирование функций, заданных параметрически и в неявном виде.
6. Основные теоремы дифференциального исчисления (теорема Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши).
7. Экстремумы функций. Признаки монотонности функции. Выпуклость и вогнутость графика функции. Асимптоты. Общая схема исследования функции. Наибольшее и наименьшее значение функции на сегменте.
8. Первообразная функция и неопределённый интеграл. Интегрирование заменой переменной. Интегрирование по частям.
9. Понятие определённого интеграла. Интегральные суммы. Свойства определённого интеграла. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница.
10. Вычисление определённых интегралов методами замены переменной и интегрирования по частям. Криволинейные интегралы.

Линейная алгебра и аналитическая геометрия

1. Основные сведения о матрицах и об определителях, виды матриц. Операции над матрицами и их свойства. Свойства определителей квадратных матриц, теорема Лапласа.
2. Обратная матрица и способы её нахождения: с помощью алгебраических дополнений и с помощью присоединенной матрицы. Необходимое и достаточное условие существования обратной матрицы.
3. Понятие ранга матрицы. Элементарные преобразования матрицы. Свойства ранга матрицы.
4. Система n линейных уравнений с n переменными, способы решения: метод обратной матрицы и формулы Крамера. Метод Гаусса. Метод Жордана-Гаусса. Система m линейных уравнений с n переменными, теорема Кронекера-Капелли.
5. Векторы на плоскости и в пространстве: определение, операции с векторами, координаты вектора, скалярное произведение векторов.
6. Векторное пространство. Линейное пространство. Линейно зависимые и линейно независимые векторы.
7. Размерность пространства. Базис пространства, разложение произвольного вектора пространства по базису. Переход от старого базиса к новому.
8. Евклидово пространство.
9. Линейные операторы и действия над ними. Матрицы линейного оператора. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.

10. Квадратичные формы, их канонический вид.

Дифференциальные уравнения

1. Дифференциальные уравнения первого порядка. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.
2. Основные понятия теории дифференциальных уравнений. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Линейные дифференциальные уравнения. Уравнение Бернулли. Уравнения Рикатти. Дифференциальное уравнение в полных дифференциалах. Метод множителей.
3. Дифференциальные уравнения высшего порядка. Системы дифференциальных уравнений. Основные понятия.
4. Линейное дифференциальное уравнение второго порядка. Линейные однородные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
5. Линейные неоднородные второго порядка с постоянными коэффициентами.
6. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков. Уравнения Эйлера.
7. Дифференциальные уравнения допускающие понижения порядка. Основные понятия.
8. Система линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
9. Разностные уравнения. Применение в экономике. Основные понятия. Решение разностных уравнений.
10. Естественный рост и задача Бернулли о кредитовании. Рост населения Земли и истощение ресурсов. Модель экономического цикла Самуэльсона-Хикса. Паутинообразная модель рынка. Модель социального взаимодействия Саймона. Динамическая модель Леонтьева.

Теория вероятностей и математическая статистика

1. Случайные события. Вероятность, как численная мера объективной возможности наступления события. Классическое, геометрическое и статистическое определение вероятностей. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
2. Случайные величины (СВ). Дискретные и непрерывные СВ. Закон распределения, как исчерпывающая характеристика СВ. Формы задания закона распределения дискретных и непрерывных СВ. Числовые характеристики СВ.
3. Биномиальный закон распределения. Закон распределения Пуассона. Геометрическое распределение. Равномерный закон распределения. Показательный (экспоненциальный) закон распределения. Нормальный закон распределения. Распределение Гаусса. Распределение χ^2 («хи-квадрат»). Распределение Стьюдента. Распределение Фишера.
4. Числовые характеристики двумерной случайной величины. Регрессия. Числовые характеристики связи двух случайных величин. Ковариация и коэффициент корреляции.
5. Вариационный ряд и его характеристики. Генеральная и выборочная совокупности. Точечные оценки и их свойства. Несмещенность, состоятельность и эффективность.
6. Методы получения точечных оценок. Интервальные оценки параметров: вероятности (генеральные доли), математического ожидания, дисперсии и среднего квадратического отклонения.

7. Статистическая гипотеза. Основная и конкурирующая гипотезы. Статистический критерий. Ошибки первого и второго рода. Уровень значимости. Мощность критерия.
8. Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости. Линейная парная регрессия. Коэффициент корреляции. Проверка значимости и интервальная оценка параметров связи.
9. Основные положения регрессионного анализа. Парная регрессионная модель. Интервальная оценка и проверка значимости уравнения регрессии. Нелинейная регрессия.
10. Понятие о множественном регрессионном анализе. Ковариационная и корреляционная матрица и её выборочная оценка. Проверка значимости уравнения множественной регрессии.

Языки и методы программирования

1. Алгоритмизация и программирование. Свойства алгоритмов, исполнители алгоритмов, система команд исполнителя.
2. Способы записи алгоритмов. Формальное исполнение алгоритмов. Основные алгоритмические конструкции. Вспомогательные алгоритмы.
3. Знакомство с языками программирования. Алгоритмическое программирование. Переменные величины: тип, имя, значение. Массивы (таблицы) как способ представления информации.
4. Алгоритмическое программирование: основные типы данных, процедуры и функции.
5. Процедуры и функции. Нисходящее («сверху - вниз») и восходящее («снизу - вверх») проектирование программ. Объектно-ориентированное программирование.
6. Локальные и глобальные сети ЭВМ. Состав сети. Особенности топологии сетей. Классификация локальных сетей. Адресация компьютеров.
7. Технология Ethernet. Технология Fast Ethernet.
8. Виртуальные локальные сети. Развертывание локальной сети предприятия.
9. Основное коммуникационное оборудование. Сеть Internet. Электронная почта.
10. Телеконференции. Технология World Wide Web. Поиск информации.

Численные методы

1. Особенности машинной арифметики. Неустойчивые алгоритмы и задачи.
2. Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений.
3. Сходимость и оценка погрешности методов. Число обусловленности. Погрешность приближенного решения системы уравнений. Регуляризация.
4. Интерполяция. Интерполяционный многочлен Лагранжа, Ньютона. Многочлен Чебышева. Минимизация оценки остаточного члена интерполяционной формулы. Интерполирование кубическими сплайнами. Тригонометрическая интерполяция. Преобразование Фурье. Численное дифференцирование.
5. Численное интегрирование. Простейшие квадратурные формулы. Формулы Ньютона - Котеса. Ортогональные многочлены. Квадратные формулы Гаусса. Оценка погрешности элементарных квадратурных формул. Повышение точности интегрирования.
6. Задачи Коши. Методы Рунге–Куты. Многошаговые методы. Методы Адамса и Гира. Устойчивость и оценка погрешности численных методов решения задачи Коши.

7. Явная и неявная схема теплопроводности. Разностная схема с весами для уравнения теплопроводности.
8. Разностная схема для уравнения колебаний. Разностная аппроксимация задачи Дирихле.
9. Численные методы решения интегральных уравнений.
10. Некорректно поставленные задачи. Методы регуляризации.

Методы оптимизации

1. Этапы принятия решений и решение проблемы. Их особенности. Роль и место модельного анализа. Их типы. Общее представление о моделях и их классификация.
2. Простейшие аналитические модели. Модель определения точки безубыточности. Анализ модельных ошибок. Модель определения оптимальной цены реализации. Формулы оценки оптимальной цены для различных моделей закона спроса. Использование экспертной и статистической информации для оценки параметров модели закона спроса.
3. Модели управления запасами. Описание проблем, решаемых с их помощью.
4. Детерминистские модели (спрос постоянный): модель экономического объема заказа; модель экономического объема производства.
5. Стохастические модели (вероятностный характер поведения спроса): модель однократного пополнения запасов на товар.
6. Задача об оптимальном плане производства. Построение модели линейного планирования. Графическая интерпретация решения. Анализ устойчивости оптимального решения к вариациям входных данных. Анализ экономической сущности двойственной задачи.
7. Рассмотрение различных проблем, приводящих к необходимости построения моделей анализа типа задач линейного планирования. Использование средств EXCEL для решения задач линейного планирования.
8. Формы представления моделей кругооборота благ: диаграмма, СЛАУ, СНС. Таблица межотраслевого баланса. Балансовые модели Леонтьева: построение, анализ модельных решений. Модели совокупного спроса и предложения.
9. Сущность социальных процессов и их классификация. Структурное моделирование (распределение по доходам, потреблению и т.д.), моделирование типологии.
10. Факторный и дискриминантный анализ типологии.

Математические основы теории прогнозирования

1. Основные задачи регрессионного анализа. Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости. Модель парной линейной регрессии. Функция регрессии, линия регрессии. Поле корреляции. Выборочная функция регрессии, ее параметры. Метод наименьших квадратов (МНК), его графическая интерпретация. МНК-оценки параметров парной линейной регрессии, их свойства. Интерпретация коэффициентов регрессионной модели. Коэффициент эластичности, его интерпретация. Стандартизированное уравнение регрессии. Коэффициент корреляции.
2. Оценка качества уравнения регрессии. Коэффициент детерминации. Суммы квадратов отклонений, связь между ними.
3. Дисперсионный анализ. Проверка значимости уравнения (критерий Фишера). Прогнозирование по регрессионной модели. Доверительные интервалы для функции и параметров регрессии.

4. Оценка качества уравнения множественной линейной регрессии. Суммы квадратов отклонений, связь между ними. Коэффициент детерминации. Скорректированный коэффициент детерминации.
5. Мультиколлинеарность в функциональной и стохастической форме. Подходы для выявления мультиколлинеарности. Корреляционная матрица. Множественные коэффициенты детерминации.
6. Понятие о временных рядах. Основные составляющие временного ряда.
7. Мультипликативная и аддитивная модели временных рядов, их связь. Задачи анализа временных рядов. График временного ряда, предмодельный анализ.
8. Стационарные временные ряды и их характеристики. «Белый шум». Автокорреляционная функция.
9. Методы сглаживания временных рядов (скользящего среднего, экспоненциального сглаживания, последовательных разностей).
10. Прогнозирование на основе моделей временных рядов. Точечный и интервальный прогноз.

Математические методы и модели финансового анализа

1. Применение линейного программирования в финансовом анализе.
2. Выбор наиболее выгодного контракта, инвестиционного проекта.
3. Функции для анализа инвестиций. Функции для вычисления процентных ставок. Функции для анализа ценных бумаг. Текущая стоимость ценных бумаг с фиксированным доходом. Полная доходность облигаций
4. Оценка акций. Прогнозирование стоимости, используя вероятностные характеристики. Определение среднего квадратического отклонения от прогнозируемого значения.
5. Портфельный анализ.
6. Корреляционно-регрессионный анализ.
7. Смешанные случайные величины. Интеграл Стильеса. Функция распределения суммы независимых случайных величин.
8. Теория сверток, теория производящих функций. Центральная предельная теорема.
9. Модель индивидуального риска в краткосрочном страховании.
10. Определение вероятности разорения страховой компании. Определение нетто- и брутто-премии.