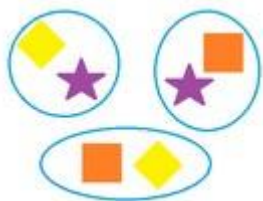


## Сочетания

Пусть имеется  $n$  различных объектов. Будем выбирать из них  $k$  объектов все возможными



способами (то есть меняется состав выбранных объектов, но порядок не важен). Получившиеся комбинации называются **сочетаниями** из  $n$  объектов по  $k$ , а их число равно

$$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

Пример всех сочетаний из  $n = 3$  объектов (различных фигур) по  $k = 2$  - на картинке. Согласно формуле, их должно быть ровно  $C_3^2 = \frac{3!}{2!(3-2)!} = 3$ . Ясно, что сочетаний всегда меньше чем размещений (так как при размещении порядок важен, а для сочетаний - нет), причем именно в  $k!$  раз, то есть верна формула связи:

$$A_n^k = C_n^k \cdot P_k.$$

## Задачи

**Задача 1.** Учитель хочет назначить 3 студентов для уборки класс из учеников. Сколькими способами можно это сделать?

**Задача 2.** Сколько трехкнопочных комбинаций существует на кодовом замке (все три кнопки нажимаются одновременно), если на нем всего 10 цифр?

**Задача 3.** Сколько существует всего исходов, если из колоды вынимают две карты одновременно?

**Задача 4.** Сколькими способами можно расставить 15 томов на книжной полке, если выбирать их из имеющихся в наличии внешне неразличимых 30-ти книг?

**Задача 5.** Решить уравнение  $C_n^3 = \frac{4}{15} \cdot C_{n+2}^4$

**Задача 6.** Решить уравнение  $13 \cdot C_{2n}^{n+1} = 8 \cdot C_{2n+1}^{n-1}$

**Задача 7.** Проверить равенства

$$1) C_{15}^5 = \frac{A_{15}^5}{P_5}; \quad 2) C_6^2 = \frac{A_m^{m-8}}{P_{m-8}}$$

**Задача 8.** Решить неравенство  $C_{13}^m > C_{13}^{m+2}$ ,  $m \in N$

**Задача 9.** Решить неравенство  $C_{x-1}^4 - C_{x-1}^3 - \frac{5}{4} A_{x-2}^2 < 0$ ,  $x \in N$

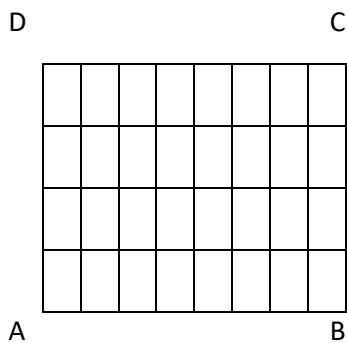
**Задача 10.** Решить неравенство  $\frac{A_{n+1}^4}{C_{n-1}^{n-3}} > 14P_3, n \in N$

**Задача 11.** Из заданной пропорции найти  $x$  и  $y$

$$C_x^{y+1} : C_x^y : C_x^{y-1} = 2 : 2 : 1$$

**Задача 12.** Из заданной пропорции найти  $x$  и  $y$

$$C_{x+1}^{y+1} : C_{x+1}^y : C_{x+1}^{y-1} = 55 : 22 : 6$$



**Задача 13.** Сколькими способами можно попасть из точки А в точку С, если можно двигаться лишь в право и вверх по отрезкам сети?

**Задача 14.** Предприятие может предоставить работу по одной специальности 4 женщинами, по другой - 6 мужчинам, по третьей

- 3 работникам независимо от пола. Сколькими способами можно заполнить вакантные места, если имеются 14 претендентов: 6 женщин и 8 мужчин?

**Задача 15.** В группе 9 человек. Сколько можно образовать разных подгрупп при условии, что в подгруппу входит не менее 2 человек?

**Задача 16** Группу из 20 студентов нужно разделить на 3 бригады, причем в первую бригаду должны входить 3 человека, во вторую – 5 и в третью – 12. Сколькими способами это можно сделать.

**Задача 17.** Для участия в команде тренер отбирает 5 мальчиков из 10. Сколькими способами он может сформировать команду, если 2 определенных мальчика должны войти в команду?

**Задача 18.** В шахматном турнире принимали участие 15 шахматистов, причем каждый из них сыграл только одну партию с каждым из остальных. Сколько всего партий было сыграно в этом турнире?

**Задача 19.** Сколько различных дробей можно составить из чисел 3, 5, 7, 11, 13, 17 так, чтобы в каждую дробь входили 2 различных числа? Сколько среди них будет правильных дробей?

**Задача 20.** Четыре автора должны написать книгу из 17 глав, причем первый и третий должны написать по 5 глав, второй - 4, а четвертый 3 главы книги. Сколькими способами можно распределить главы между авторами?

**Задача 21.** Сколькими способами можно расположить в ряд 5 белых и 4 черных шара так, чтобы черные шары не лежали рядом (шары одного цвета не отличимы друг от друга)?

**Задача 22.** На первой из двух параллельных прямых лежит 10 точек, на второй - 20. Сколько существует треугольников с вершинами в этих точках?

**Задача 23.** Из группы, состоящей из 7 мужчин и 4 женщин, надо выбрать 6 человек так, чтобы среди них было не менее 2 женщин. Сколькими способами можно это сделать?

**Задача 24.** Сколькими способами можно расставить 12 белых и 12 черных шашек на черных полях шахматной доски?

**Задача 25.** Имеется 10 белых и 5 черных шаров. Сколькими способами можно выбрать 7 шаров, чтобы среди них были 3 черных?

**Задача 26.** Десять команд участвуют в розыгрыше первенства по футболу, лучшие из которых занимают 1-е, 2-е и 3-е место. Две команды, занявшие последние места, не будут участвовать в следующем таком же первенстве. Сколько разных вариантов результата первенства может быть, если учитывать только положение первых трех и последних двух команд.

**Задача 27.** Сколько существует вариантов опроса 11 учащихся на одном занятии, если ни один из них не будет подвергаться опросу дважды и на занятии может быть опрошено любое количество учащихся, причем порядок, в котором опрашиваются учащиеся, безразличен?

**Задача 28.** Сколькими способами из колоды карт в 36 листов можно выбрать неупорядоченный набор из 5 карт так, чтобы в этом наборе было бы точно два туза, одна дама, одна бубновая карта.