

## Формула включений и исключений

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| \quad (1)$$

Формула (1) обобщается на случай нескольких множеств.

Следующая формула **1-ая формула включения и исключения.**

$$\begin{aligned} |A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n| = & \sum_{i=1}^n |A_i| - \sum_{1 \leq i < j \leq n} |A_i \cap A_j| + \sum_{1 \leq i < j < k \leq n} |A_i \cap A_j \cap A_k| - \dots \\ & \dots + (-1)^{k-1} \sum_{1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_k \leq n} |A_{i_1} \cap A_{i_2} \cap \dots \cap A_{i_k}| + \dots + (-1)^{n-1} |A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n| \end{aligned} \quad (2)$$

При  $n = 3$  формула принимает вид

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C| \quad (3)$$

Кроме формулы (2) еще две аналогичные формулы будем называть формулами включения и исключения.

Пусть  $A$  – конечное множество,  $A_1, \dots, A_n \subseteq A$ . Следующая формула также называется формулой включения и исключения **2-ая формула включения и исключения:**

$$\begin{aligned} |\bar{A}_1 \cap \bar{A}_2 \cap \dots \cap \bar{A}_n| = & |A| - |A_1| - |A_2| - \dots - |A_n| + |A_1 \cap A_2| + \\ & + \dots + |A_i \cap A_j| + \dots + |A_{n-1} \cap A_n| - |A_1 \cap A_2 \cap A_3| - \dots - |A_i \cap A_j \cap A_k| - \dots \\ & - |A_{n-2} \cap A_{n-1} \cap A_n| + \dots + (-1)^n |A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n| \end{aligned} \quad (4)$$

Из формулы (4) можно вывести формулу **3-ая формула включения и исключения:**

$$\begin{aligned} & |A_1 \cap \dots \cap A_k \cap \bar{A}_{k+1} \cap \dots \cap \bar{A}_n| = \\ = & |A_1 \cap \dots \cap A_k| - \sum_{i=k+1}^n |A_1 \cap \dots \cap A_k \cap A_i| + \sum_{k+1 \leq i < j \leq n} |A_1 \cap \dots \cap A_k \cap A_i \cap A_j| - \dots \\ & + (-1)^{n-k} |A_1 \cap \dots \cap A_k \cap A_{k+1} \cap \dots \cap A_n| \end{aligned} \quad (5)$$

## Задачи

**Задание 1.** С помощью диаграммы Эйлера-Венна решить задачу. При обследовании читательских вкусов студентов оказалось, что 60% студентов читают журнал А, 50% - журнал В, 50% - журнал С, 30% - журналы А и В, 20% - журналы В и С, 40% - журналы А и С, 10% - журналы А, В, С. Сколько процентов студентов

1. не читают ни одного из журналов;
2. читают два журнала;
3. читают не менее двух журналов.

**Задание 2.** На факультете информатики 10 студентов участвуют в олимпиадах по программированию, а 15 занимаются спортом, при этом известно, что 5 занимаются и тем, и другим.

Сколько всего студентов занято чем-то ещё кроме посещения занятий, если под «чем-то ещё» подразумевается спорт и олимпиадное программирование?

**Задание 3.** Изобразить множества на диаграмме Венна. После проведения анкетирования в группе из 22 курсантов оказалось, что 15 желают заниматься вольной борьбой, 12 – легкой атлетикой, а 3 не желают заниматься ничем. Сколько курсантов выразили желание заниматься и вольной борьбой и легкой атлетикой?

**Задание 4.** В юридической фирме 25 юристов является специалистом по гражданскому праву, 27 – по уголовному, 22 – по административному. Кроме того, 9 сотрудников являются специалистами по гражданскому и уголовному, 8 – по уголовному и административному, 7 – по гражданскому и административному, а 7 сотрудников являются специалистами во всех трех правах. Сколько сотрудников работает в фирме?

**Задание 5.** На курсе обучаются 42 студента. Из них 16 участвуют в секции по легкой атлетике, 24 - в футбольной секции, 15 - в шахматной, 11 – и в секции по легкой атлетике, и в футбольной, 8 – и в секции легкой атлетики и в шахматной, 12 – и в футбольной, и в шахматной, а 6 – во всех трех секциях. Остальные увлекаются туризмом. Сколько студентов являются туристами.

**Задание 6.** Экзамен по математике сдавали 250 абитуриентов, поступающих в ВУЗ. Оценку ниже «5» получили 180 человек, а выдержали этот экзамен 210 человек. Сколько человек получили оценки «3» и «4»?

**Задание 7.** Сколько человек участвовало в прогулке, если известно, что 16 из них взяли с собой бутерброды с ветчиной, 24 – с колбасой, 15 – с сыром, 11 – и с ветчиной и с колбасой, 8 – и с ветчиной и с сыром, 12 – и с колбасой и с сыром, 6 – бутерброды всех трех видов, а 5 вместо бутербродов взяли с собой пирожки?

**Задание 8.** На вступительном экзамене по математике были предложены три задачи: одна по алгебре, одна по геометрии и одна по тригонометрии. Из 1000 абитуриентов задачу по алгебре решили 800, по геометрии – 700, по тригонометрии – 600. При этом задачи по алгебре и геометрии решили 600 абитуриентов, по алгебре и тригонометрии – 500, по геометрии и тригонометрии – 400, а 300 абитуриентов решили все задачи. Сколько абитуриентов не решили ни одной задачи? Ответ обоснуйте.

**Задание 9.** Пусть  $A$  – подмножество множества натуральных чисел, каждый элемент множества  $A$  есть число, кратное или 2, или 3, или 5. Найти число элементов в множестве  $A$ , если среди них имеется: 70 чисел, кратных 2; 60 чисел, кратных 3; 80 чисел, кратных 5; 32 числа, кратных 6; 35 чисел, кратных 10; 38 чисел, кратных 15, и 20 чисел, кратных 30.