

Отношения

Задание 1. Перечислите все пары (a, b) , $a, b \in \{3, 4, 9, 11\}$, для которых выполнено отношение aRb , где $R(a, b): b - a > 0$.

Задание 2. Какие из пар $(3, 8)$, $(9, 3)$, $(3, 9)$, $(9, 9)$ находятся в отношении R , если $R: X < Y + 2$?

Задание 3. Перечислите все пары (a, b) , $a, b \in A = \{3, 4, 6, 9, 11, 44\}$, для которых выполнено отношение aRb , где $R = \{(x, y) \in A \times A \mid x \text{ делит } y\}$.

Задание 4. Отношение R на множестве $A = \{a, b, c, d\}$ задается матрицей. Перечислите упорядоченные пары, принадлежащие R .

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Задание 5. Определить списком триарное отношение на $M = \{2, 4, 7\}$.

$$R = \{(a, b, c) \mid a > b \leq c; a, b, c \in M\}.$$

Задание 6. Определить списком триарное отношение на $M = \{4, 5\}$.

$$R = \{(a, b, c) \mid a \geq b < c; a, b, c \in M\}.$$

Задание 7. На плоскости задана декартова прямоугольная система координат. Указать точки плоскости, соответствующие элементам отношения R на множестве N , если $R = \{(x, y) \mid x \leq 6, y \leq 4, x > y\}$. Найти область определения и область значений отношения R . Найти обратное отношение R^{-1} , его область определения и область значений.

Задание 8. Для $M = \{1, 3, 5, 6\}$ и $K = \{1, 2, 5, 6, 8\}$ задать матрицей отношение $R = \{(a, b) \mid a \bmod 2 = b \bmod 3; a \in M, b \in K\}$. Определить области $D(R)$ и $Q(R)$ этого отношения.

Задание 9. Для $M = \{1, 3, 4, 6\}$ и $K = \{1, 2, 5, 6, 8\}$ задать матрицей отношение

$R = \{(a, b) \mid |-a + b| \geq 5; a \in M, b \in K\}$. Определить области $D(R)$ и $Q(R)$ этого отношения.

Задание 10. Даны бинарные отношения $R_1 \subseteq A \times P, R_2 \subseteq B \times P$, где $A = \{a, b, c\}, B = \{x, y, z\},$

$P = \{p, q, r, t\}$. Найдите $\bar{R}_1 \circ R_2^{-1}$, если $R_1 = \{(a, p), (b, p), (b, q), (b, r), (b, t), (c, t)\},$

$R_2 = \{(x, p), (x, q), (y, r), (z, q), (z, r), (z, t)\}$.

Задание 11. Определить на множестве людей свойства рефлексивности, антирефлексивности, симметричности, антисимметричности и транзитивности бинарного отношения «быть выше на 5 см».

Задание 12. Является ли заданное соотношение рефлексивным? Симметричным (антисимметричным)? Транзитивным? Ответ обосновать. Отношение «быть врагом на некотором множестве людей».

Задание 13. Определить на \mathbb{N} свойства рефлексивности, антирефлексивности, симметричности, антисимметричности и транзитивности бинарного отношения «быть начальником».

Задание 14. Определить на \mathbb{N} свойства рефлексивности, антирефлексивности, симметричности, антисимметричности и транзитивности бинарного отношения «быть не равным».

Задание 15. Определить на множестве целых чисел свойства рефлексивности, антирефлексивности, симметричности, антисимметричности и транзитивности бинарного отношения заданного условием $(a, b) \in R$, если $a + b = 0$.

Задание 16. Проверить, является ли данное бинарное отношение $\rho \in \mathbf{R}^2$ рефлексивным, симметричным, транзитивным: $x\rho y \Leftrightarrow x + |y| = 0$.

Задание 17. Пусть $M = \{1,2,3,4,9,12\}$. Составить матрицу отношения R_1 - «быть делителем», описать его свойства.

Задание 18. Пусть $M = \{1,2,3,4,9,12\}$. Составить матрицу отношения R_1 - «иметь один и тот же остаток от деления на 2», описать его свойства.

Задание 19. Даны 2 конечных множества: $A=\{a,b,c\}$, $B=\{1,2,3,4\}$; бинарные отношения $P_1 \subseteq A \times B$, $P_2 \subseteq B^2$. Изобразить P_1, P_2 графически. Найти $P = (P_1 \circ P_2)^{-1}$. Выписать области определения и области значений всех трех отношений: P_1, P_2, P . Построить матрицу $[P_2]$, проверить с ее помощью, является ли отношение P_2 рефлексивным, симметричным, ассиметричным, транзитивным.

$$P_1 = \{(a, 1), (b, 2), (b, 3), (c, 1), (c, 3), (c, 4)\};$$

$$P_2 = \{(1,1), (1,2), (1,3), (2,2), (2,3), (3,3), (3,4), (4,1), (4,4)\}.$$

Задание 20. $A = \{a, b, c\}$, $B = \{1, 2, 3, 4\}$, $P_1 \subseteq A \times B$, $P_2 \subseteq B^2$.

$$P_1 = \{(a,1), (b,3), (c,1), (c,2), (c,3), (c,4)\}$$

$$P_2 = \{(1,1), (1,2), (1,4), (2,1), (2,2), (2,3), (3,2), (3,3), (3,4), (4,1), (4,3), (4,4)\}.$$

Представить отношения $P_1, P_2, (P_1 \circ P_2)^{-1}$ графами, матрицами. Найти $\|(P_1 \circ P_2)^{-1}\|$. Проверить, является ли отношение P_2 рефлексивным, симметричным, антисимметричным, транзитивным. Является ли оно отношением эквивалентности.

Задание 21. Определите свойства отношения $R = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{R} \text{ и } x = y^3\}$.

Задание 22. Определите свойства отношения $R = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{R} \text{ и } x^2 = y^2\}$.

Задание 23. На множестве $A = \{3,4,5,6,7,8\}$ задано отношение сравнения по модулю три $R: xRy$ тогда и только тогда, когда x и y имеют одинаковые остатки от деления на три. Надо а) записать отношение R ; б) построить матрицу смежности и граф отношения; в) проверить, является ли отношение рефлексивным, симметричным, транзитивным. Является ли оно отношением эквивалентности.

Задание 24. На множестве $A = \{1,2,3,4,5\}$ задано отношение $R: xRy$ тогда и только тогда, когда $|x - y| \leq 1$. Надо а) записать отношение R ; б) построить матрицу смежности и граф отношения;

в) проверить, является ли отношение рефлексивным, симметричным, транзитивным. Является ли оно отношением эквивалентности

Задание 25. Для $M = \{0, 1, 3, -4\}$ задать на $M * M$ графом отношение $R = \{(a, b) \mid (a + 2) \leq b; a, b \in M\}$. Определить свойства рефлексивности, антирефлексивности, симметричности, антисимметричности и транзитивности этого бинарного отношения. Является ли оно отношением эквивалентности.

Задание 26. Для $M = \{1, 3, 4, 6\}$ задать на $M * M$ графом отношение $R = \{(a, b) \mid a = b \pmod{3}; a, b \in M\}$. Определить свойства рефлексивности, антирефлексивности, симметричности, антисимметричности и транзитивности этого бинарного отношения.

Задание 27. Для $M = \{-1, 1, -3, -4, 6\}$ задать на $M * M$ графом отношение $R = \{(a, b) \mid a/b \leq 1; a, b \in M\}$. Определить свойства рефлексивности, антирефлексивности, симметричности, антисимметричности и транзитивности этого бинарного отношения.

Задача 28. На множестве $M = \{2, 3, 5, 8\}$ задано отношение $R = \{(2, 3), (2, 5), (2, 8), (3, 5), (3, 8), (5, 8)\}$. Выяснить, является ли это отношение отношением эквивалентности, отношением частичного порядка, отношением строгого порядка или отношением линейного порядка.

Задание 29. Показать, что отношение $P = \{(x, y) : x - y \text{ делится на } 3\}$ является отношением эквивалентности на множестве $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$. Составить матрицу и граф отношения. Каков индекс разбиения и мощность классов эквивалентности?

Задание 30. Для отношения, заданного матрицей, определить является ли оно отношением эквивалентности. Если является, то определить классы эквивалентности.

R	a	b	c	d	e	f
a	1	0	0	0	0	0
b	0	1	0	0	0	1
c	0	0	1	1	1	0
d	0	0	1	1	1	0
e	0	0	1	1	1	0
f	0	1	0	0	0	1

Задание 31. Для отношения, заданного матрицей, определить является ли оно отношением эквивалентности. Если является, то определить классы эквивалентности.

R	a	b	c	d	e	f
a	1	0	0	1	0	0
b	0	1	1	0	0	1
c	0	1	1	0	0	1
d	1	0	0	1	0	0
e	0	0	0	0	1	0
f	0	1	1	0	0	1

