Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Чувашский государственный университет имени И.Н. Ульянова»

Аналитическая геометрия

**Методические указания
по выполнению расчетно-графических работ**

Чебоксары 2024

Методические указания разработаны в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки:

- 01.03.02 «Прикладная математики и информатика»
- 02.03.03 «Математическое обеспечение и администрирование информационных систем»
- 03.03.02 «Физика»

Автор:
Матвеева Алёна Николаевна, к.ф.-м.н., доцент кафедры дискретной математики и информатики

Методические указания одобрены на заседании кафедры дискретной математики и информатики, протокол № 1 от 29.08.2024.

Расчетно-графическая работа предназначена для студентов 1 курса факультета прикладной математики, физики и информационных технологий направлений подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», 02.03.03 «Математическое обеспечение и администрирование информационных систем», 03.03.02 «Физика». Дисциплина «Аналитическая геометрия» изучается в течении первого семестра. В конце семестра согласно рабочей программе дисциплины предусмотрено выполнение студентами расчетно-графической работы.

РГР содержит 30 вариантов однотипных заданий. Наличие решения нулевого варианта, содержащего определения, свойства, формулы помогут студентам успешно справиться с заданиями, представленными в индивидуальных работах. Пример оформления титульного листа приведен в *Приложении*.

Расчётно-графическая работа

<u>Задание 1.</u> Даны координаты вершин пирамиды *SABCD*, в основании которой лежит параллелограмм *ABCD*. Используя методы векторной алгебры, найти:

а) объём *V* пирамиды;
б) площадь *S* основания *ABCD*;
в) координаты вершины *C*;
г) высоту *h*, проведенную из вершины пирамиды, к грани π ;
д) угол α между ребрами;
е) угол β между гранями.

Сделать чертёж.

Варианты:

1. *A*(2;–5;3), *S*(4;–3;4), *B*(–4;–4;1), *D*(2;–2;3),
   h=*AH*, $\pi = BCS$, $\alpha = (AB \hat{,} CS)$, $\beta = (ABCD \hat{,} ABS)$

2. *A*(0;–4;–4), *S*(–4;–2;1), *B*(1;–1;–3), *D*(–1;4;1),
   h=*BH*, $\pi = CSD$, $\alpha = (BC \hat{,} DS)$, $\beta = (ABS \hat{,} BCS)$

3. *A*(–1;0;–2), *S*(–3;0;3), *B*(–4;–3;–4), *D*(–2;0;0),
   h=*CH*, $\pi = ASD$, $\alpha = (CD \hat{,} AS)$, $\beta = (BCS \hat{,} CDS)$

4. *A*(–4;–2;0), *S*(–3;–5;–3), *B*(–2; –1;–2), *D*(0;1;–4),
   h=*DH*, $\pi = ASB$, $\alpha = (AD \hat{,} BS)$, $\beta = (CDS \hat{,} ADS)$

5. *A*(4;–3;–5), *S*(2;–4;2), *B*(2;–3;–4), *D*(–4;–4;–2),
   h=*SH*, $\pi = ABCD$, $\alpha = (AB \hat{,} DS)$, $\beta = (ABCD \hat{,} BCS)$

6. *A*(–1;–3;–2), *S*(0;1;3), *B*(–1;–3;0), *D*(0;–3;1),
   h=*AH*, $\pi = CSD$, $\alpha = (BC \hat{,} AS)$, $\beta = (ABS \hat{,} CDS)$

7. $A(1;2;–2)$, $S(–4;–1;0)$, $B(–3;1;0)$, $D(–5;2;3)$,

$h=BH$, $\pi = ASD$, $\alpha = (CD\widehat{,}BS)$, $\beta = (BCS\widehat{,}ADS)$

8. $A(1;–4;–2)$, $S(0;–4;–5)$, $B(1;–4;–1)$, $D(1;–2;–2)$,

$h=CH$, $\pi = ASB$, $\alpha = (AD\widehat{,}CS)$, $\beta = (CDS\widehat{,}ADS)$

9. $A(0;3;–4)$, $S(3;1;3)$, $B(4;2;–2)$, $D(1;3;–4)$,

$h=DH$, $\pi = SBC$, $\alpha = (BA\widehat{,}BS)$, $\beta = (ABCD\widehat{,}CDS)$

10. $A(–3;–4;–1)$, $S(2;–3;–5)$, $B(–2;–2;–2)$, $D(–3;–1;0)$,

$h=SH$, $\pi = ABCD$, $\alpha = (CB\widehat{,}CS)$, $\beta = (ABS\widehat{,}ADS)$

11. $A(1;–4;2)$, $S(1;–3;–2)$, $B(3;–3;1)$, $D(3;–1;–2)$,

$h=AH$, $\pi = BCS$, $\alpha = (DC\widehat{,}DS)$, $\beta = (BCS\widehat{,}CDS)$

12. $A(–4;–3;–1)$, $S(0;1;–1)$, $B(1;–2;0)$, $D(–2;–3;0)$,

$h=BH$, $\pi = CSD$, $\alpha = (AD\widehat{,}AS)$, $\beta = (CDS\widehat{,}ADS)$

13. $A(–2;–1;–1)$, $S(4;–3;–4)$, $B(–3;–3;1)$, $D(–4;–2;2)$,

$h=CH$, $\pi = ASD$, $\alpha = (BA\widehat{,}BC)$, $\beta = (ABCD\widehat{,}ADS)$

14. $A(2;–4;–3)$, $S(3;–5;2)$, $B(3;–2;0)$, $D(4;–1;–1)$,

$h=DH$, $\pi = ASB$, $\alpha = (CB\widehat{,}CD)$, $\beta = (ABS\widehat{,}BCS)$

15. $A(1;–1;–2)$, $S(–3;–3;–5)$, $B(1;–3;–5)$, $D(–1;–2;–3)$,

$h=SH$, $\pi = ABCD$, $\alpha = (DC\widehat{,}DA)$, $\beta = (BCS\widehat{,}ADS)$

16. $A(2;0;2)$, $S(3;3;1)$, $B(2;3;4)$, $D(3;1;4)$,

$h=AH$, $\pi = CSD$, $\alpha = (AD\hat{,}AB)$, $\beta = (CDS\hat{,}ADS)$

17. $A(–3;–1;–5)$, $S(–2;–1;–5)$, $B(–3;–4;–5)$, $D(0;–1;–1)$,

$h=BH$, $\pi = ASD$, $\alpha = (AB\hat{,}AS)$, $\beta = (ABCD\hat{,}ABS)$

18. $A(–3;3;4)$, $S(0;–2;1)$, $B(–1;–5;–1)$, $D(–2;1;2)$,

$h=CH$, $\pi = ASB$, $\alpha = (BC\hat{,}BS)$, $\beta = (ABS\hat{,}CDS)$

19. $A(–2; –4;2)$, $S(4;–1;–1)$, $B(3;–2;–2)$, $D(–4;–4;4)$,

$h=DH$, $\pi = SBC$, $\alpha = (CD\hat{,}CS)$, $\beta = (BCS\hat{,}CDS)$

20. $A(–3;4;3)$, $S(2;–1;1)$, $B(3;2;3)$, $D(–4;3;3)$,

$h=SH$, $\pi = ABCD$, $\alpha = (DA\hat{,}DS)$, $\beta = (CDS\hat{,}ADS)$

21. $A(3;–3;4)$, $S(–1;–2;–5)$, $B(0;–2;–5)$, $D(3;–2;4)$,

$h=AH$, $\pi = BCS$, $\alpha = (SA\hat{,}SB)$, $\beta = (ABCD\hat{,}ABS)$

22. $A(0;–3;2)$, $S(0;–5;–3)$, $B(1;–3;–2)$, $D(–1;–1;3)$,

$h=BH$, $\pi = CSD$, $\alpha = (SB\hat{,}SC)$, $\beta = (ABS\hat{,}ADS)$

23. $A(–1;–4;–1)$, $S(–3;–2;–2)$, $B(–5;–3;–2)$, $D(4;–4;0)$,

$h=CH$, $\pi = ASD$, $\alpha = (SC\hat{,}SD)$, $\beta = (BCS\hat{,}ADS)$

24. $A(4;1;4)$, $S(–3;0;–4)$, $B(–1;–1;–3)$, $D(–3;–2;–5)$,

$h=DH$, $\pi = ASB$, $\alpha = (SD\hat{,}SA)$, $\beta = (CDS\hat{,}ADS)$

25. $A(2;-2;0)$, $S(3;0;0)$, $B(2;-4;0)$, $D(2;-5;-5)$,

$h=SH$, $\pi = ABCD$, $\alpha = (AB \widehat{,} CS)$, $\beta = (ABCD \widehat{,} CDS)$

26. $A(4;-3;2)$, $S(-3;0;1)$, $B(-5;-4;0)$, $D(2;-4;1)$,

$h=AH$, $\pi = CSD$, $\alpha = (BC \widehat{,} DS)$, $\beta = (ABS \widehat{,} BCS)$

27. $A(-3;-3;-3)$, $S(2;-1;1)$, $B(-2;-4;-4)$, $D(-1;-4;-3)$,

$h=BH$, $\pi = ASD$, $\alpha = (CD \widehat{,} AS)$, $\beta = (BCS \widehat{,} CDS)$

28. $A(4;-2;4)$, $S(-2;-3;-5)$, $B(-3;2;-5)$, $D(1;0;0)$,

$h=CH$, $\pi = ASB$, $\alpha = (AD \widehat{,} BS)$, $\beta = (CDS \widehat{,} ADS)$

29. $A(2;-3;-1)$, $S(3;-5;-2)$, $B(1;-1;-2)$, $D(-2;4;-3)$,

$h=DH$, $\pi = SBC$, $\alpha = (AB \widehat{,} DS)$, $\beta = (ABCD \widehat{,} ADS)$

30. $A(3;-2;-1)$, $S(3;-2;-2)$, $B(-2;0;2)$, $D(2;-3;0)$,

$h=SH$, $\pi = ABCD$, $\alpha = (BC \widehat{,} AS)$, $\beta = (ABS \widehat{,} CDS)$

Задание 2. Решить задачу. Сделать чертеж.
Варианты:

1. Составить уравнение прямой m, отстоящей на расстоянии 2 от прямой l, проходящей через точки $A(4;-5)$ и $B(-2;3)$.

2. Найти точку, равноудалённую от данных трёх точек: $A(-4;2)$, $B(4;4)$, $C(-1;-1)$.

3. Даны уравнения двух сторон параллелограмма $2x - y + 9 = 0$ и $x - 3y + 7 = 0$ и координаты одной из вершин $(4;7)$. Составить уравнения двух других сторон и его диагоналей.

4. Через точку пересечения прямых $2x - y - 1 = 0$, $x + y - 5 = 0$ провести прямую, перпендикулярную прямой $x - 3y - 3 = 0$.

5. Через точку пересечения прямых $x-2y+7=0$, $3x+y-7=0$ провести прямую, параллельную прямой $x+y-1=0$.

6. Даны уравнения двух сторон ромба $x+7y-29=0$ и $x+7y+11=0$ и одной из диагоналей $3x+y-7=0$. Составить уравнения двух других сторон и второй диагонали.

7. Даны уравнение одной из сторон ромба $3x+4y-23=0$ и одной из диагоналей $2x+y-7=0$, точка пересечения диагоналей $M(3;1)$. Вычислить координаты вершин ромба.

8. Даны уравнения двух сторон параллелограмма $3x+2y-25=0$ и $x-6y+25=0$ и одной из диагоналей $x+4y-15=0$. Вычислить координаты вершин параллелограмма.

9. Даны уравнения двух сторон параллелограмма $2x+7y-31=0$ и $4x-3y+23=0$ и точка пересечения диагоналей $M(0;2)$. Составить уравнения диагоналей.

10. Даны координаты вершин ΔABC: $A(-2;3)$, $B(2;5)$, $C(3;-2)$. Составить уравнение высоты BH, медианы CM.

11. Вычислить координаты вершины C треугольника ABC, если $A(-3;2)$, $B(5;-2)$ – две его вершины, $H(4;1)$ – точка пересечения его высот.

12. Даны вершина треугольника $(2;7)$ и уравнения двух высот $x-3y-1=0$ и $x+2y-1=0$. Вычислить координаты остальных вершин.

13. Составить уравнения касательных к окружности $(x-4)^2+(y-1)^2=2$, параллельных прямой m: $x-y+2=0$.

14. Составить уравнения касательных к окружности $(x-2)^2+(y-3)^2=8$, перпендикулярных прямой m: $x-y+6=0$.

15. На осях координат найти точки, равноудалённые от прямых $x+y+5=0$ и $x-7y+1=0$.

16. На прямой m: $x-2y-10=0$ найти точку, равноудалённую от точек $M(-3;-1)$, $N(5;1)$.

17. На прямой $m: 2x+3y-15=0$ найти точку, равноудалённую от прямых $4x-3y+6=0$ и $4x-3y-12=0$.

18. Одна из вершин квадрата имеет координаты $(6;3)$, центр находится в точке $(3;2)$. Составить уравнения сторон квадрата.

19. Диагональ квадрата задана уравнением $2x-y-1=0$, вершина квадрата находится в точке $(-1;2)$. Найти координаты остальных вершин и центра квадрата.

20. Даны координаты вершин ΔABC: $A(-5;-1)$, $B(1;7)$, $C(10;-5)$. Составить уравнение биссектрисы BK и вычислить её длину.

21. Даны координаты вершин ΔABC: $A(-2;5)$, $B(-1;-3)$, $C(7;3)$. Составить уравнение высоты AH и вычислить её длину.

22. Даны координаты вершин ΔABC: $A(3;5)$, $B(-3;1)$, $C(9;-3)$. Составить уравнения медиан, вычислить координаты центра тяжести треугольника.

23. Найти координаты точки, симметричной точке $K(-1;7)$ относительно прямой, проходящей через начало координат и точку $P(6;3)$.

24. Известны координаты вершин $A(-4;2)$, $B(2;4)$, $D(-5;-5)$ равнобедренной трапеции $ABCD$ $(AB \| CD)$. Вычислить координаты вершины C, составить уравнения сторон трапеции.

25. Известны координаты вершин $A(-2;4)$, $C(7;-5)$, $D(-5;1)$ трапеции $ABCD$ $(AB \| CD)$. Зная координаты точки $N(1;1)$ пересечения диагоналей трапеции, вычислить координаты вершины B, составить уравнения сторон.

26. Известны координаты вершин $A(-5;-3)$, $B(1;-9)$ треугольника ABC и координаты центра тяжести $M(1;-5)$. Вычислить координаты вершины C, составить уравнения сторон треугольника.

27. Даны координаты вершин ΔABC: $A(-5;3)$, $B(4;0)$, $C(-1;-5)$. Вычислить угол между высотой CH и медианой BM.

28. Найти проекцию точки $N(-1;5)$ на прямую l, проходящую через точку $A(6;1)$ и отсекающую на оси Oy отрезок $b=-3$.

29. Через точку $R(4;-1)$ провести прямую, параллельную прямой l, которая отсекает на осях координат отрезки $a=-3$ и $b=4$.

30. Прямая l проходит через точку $K(-2;6)$ и образует угол $\phi=135°$ с осью Ox, прямая m перпендикулярна к прямой l и отсекает на оси Oy отрезок $b=-2$. Составить уравнения прямых l и m.

<u>Задание 3.</u> Построить кривую в прямоугольной декартовой системе координат. Определить все её параметры.

Варианты:

1. $3x^2+2y^2-6x+12y+15=0$.
2. $2x^2-4x-y+3=0$.
3. $y^2-4x-8y=0$.
4. $2x^2+5y^2-12x+10y+13=0$.
5. $x^2+y^2-4x+2y+1=0$.
6. $x^2+y^2-8x-4y+16=0$.
7. $x^2+4y^2-6x+8y-3=0$.
8. $x^2+y^2+4x-4y=0$.
9. $5x^2+2y^2-20x-12y-12=0$.
10. $x^2+6x-2y+5=0$.
11. $x^2-10x-4y+13=0$.
12. $2x^2+3y^2-8x-6y-1=0$.
13. $-3y^2+4x-12y+12=0$.
14. $3x^2-12x-12y-36=0$.
15. $x^2-y^2+6x+4y-4=0$.
16. $x^2-2x+y+12=0$.
17. $y^2-2x+4y=0$.
18. $3x^2+3y^2-6x-12y+3=0$.
19. $x^2-4x+2y-4=0$.
20. $x^2+2y^2-12y+10=0$.
21. $x^2+y^2-6x+5=0$.
22. $x^2-4y^2+8x-24y-24=0$.
23. $x^2-2x-y+2=0$.

24. $x^2 + 2y^2 + 4x + 4y - 14 = 0$.

25. $3x^2 + 2y^2 - 6x + 12y + 15 = 0$.

26. $-4x^2 + 6y^2 + 16x + 24y - 16 = 0$.

27. $y^2 - 4x + 4y + 16 = 0$.

28. $x^2 - 2y^2 + 6x + 8y - 15 = 0$.

29. $2y^2 - 6x + 12y + 4 = 0$.

30. $3x^2 - 6x + 12y + 18 = 0$.

Задание 4. Найти расстояние от точки D до плоскости, проходящей через три точки A, B, C.

Варианты:

1. $D(-6;7;-10),\ A(3;10;-1),\ B(-2;3;5),\ C(-6;0;-3)$.
2. $D(-1;0;-1),\ A(-2;-1;-1),\ B(0;3;2),\ C(3;1;-4)$
3. $D(-5;-9;1),\ A(1;0;2),\ B(1;2;-1),\ C(2;-2;1)$
4. $D(-3;-7;6),\ A(1;1;1),\ B(2;3;1),\ C(3;2;1)$
5. $D(-5;-4;8),\ A(2;3;1),\ B(4;1;-2),\ C(6;3;7)$
6. $D(-13;-8;16),\ A(1;2;0),\ B(3;0;-3),\ C(5;2;6)$
7. $D(-1;-8;7),\ A(14;4;5),\ B(-5;-3;2),\ C(-2;-6;-3)$
8. $D(-6;5;5),\ A(-2;0;-4),\ B(-1;7;1),\ C(4;-8;-4)$
9. $D(-3;6;-8),\ A(5;2;0),\ B(2;0;5),\ C(1;2;4)$
10. $D(14;-3;7),\ A(2;-1;2),\ B(1;2;1),\ C(5;0;-6)$
11. $D(-4;-13;6),\ A(0;-1;-1),\ B(-2;3;5),\ C(1;-5;-9)$
12. $D(10;-8;-7),\ A(-1;-5;2),\ B(-6;0;-3),\ C(3;6;-3)$
13. $D(-3;1;8),\ A(2;1;4),\ B(3;5;-2),\ C(-7;-3;2)$
14. $D(10;1;8),\ A(7;2;4),\ B(7;-1;2),\ C(-5;-;2;-1)$
15. $D(-12;1;8),\ A(-4;2;6),\ B(2;-;3;0),\ C(-10;5;8)$
16. $D(-3;4;5),\ A(0;-3;1),\ B(-4;1;2),\ C(2;-;1;5)$
17. $D(-2;3;5),\ A(-1;2;4),\ B(-1;-;2;-4),\ C(3;0;-1)$
18. $D(-5;3;7),\ A(-2;-1;2),\ B(1;2;-1),\ C(3;2;1)$
19. $D(-7;0;-1),\ A(-3;-1;1),\ B(-9;1;2),\ C(3;-5;4)$
20. $D(3;-;2;-9),\ A(1;2;-3),\ B(1;0;1),\ C(-2;-;1;6)$
21. $D(2;-1;4),\ A(1;2;0),\ B(1;-1;2),\ C(0;1;-1)$
22. $D(4;3;0),\ A(1;3;0),\ B(4;-1;2),\ C(3;0;1)$
23. $D(3;6;6),\ A(-3;-5;6),\ B(2;1;-4),\ C(0;-;3;-1)$
24. $D(2;-10;8),\ A(2;-4;-3),\ B(5;-6;0),\ C(-1;3;-3)$
25. $D(-3;2;7),\ A(1;-;1;2),\ B(2;1;2),\ C(1;1;4)$
26. $D(5;-4;5),\ A(1;3;6),\ B(2;2;1),\ C(-1;0;1)$
27. $D(-2;-3;0),\ A(-1;2;-2),\ B(2;-1;3),\ C(2;-2;5)$

28. $D(4;3;0)$, $A(1;3;0)$, $B(4;-1;2)$, $C(3;0;1)$

29. $D(3;6;6)$, $A(-3;-;5;6)$, $B(2;1;-4)$, $C(0;-3;-1)$

30. $D(2;-10;8)$, $A(2;-4;-3)$, $B(5;-6;0)$, $C(-1;3;-3)$

<u>Задание 5.</u> Найти точку пересечения и угол между прямой l и плоскостью α.

Варианты:

1. $l:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{0}=\dfrac{z-4}{1};\ \alpha: x-2y+4z-19=0.$
2. $l:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{0}=\dfrac{z-1}{-1};\ \alpha: 3x-2y-4z-8=0.$
3. $l:\dfrac{x+1}{-3}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-3}{-2};\ \alpha: x+3y-5z+9=0.$
4. $l:\dfrac{x+3}{0}=\dfrac{y-2}{-3}=\dfrac{z+5}{11};\ \alpha: 5x+7y+9z-32=0.$
5. $l:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-3}{0}=\dfrac{z+2}{-2};\ \alpha: 3x-7y-2z+7=0.$
6. $l:\dfrac{x-1}{6}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z+5}{3};\ \alpha: 3x-2y+5z-3=0.$
7. $l:\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y}{0}=\dfrac{z+1}{3};\ \alpha: x+4y+13z-23=0.$
8. $l:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-8}{0};\ \alpha: 5x+9y+4z-25=0.$
9. $l:\dfrac{x-5}{-1}=\dfrac{y+3}{5}=2;\ \alpha: 3x+7y-5z-11=0.$
10. $l:\dfrac{x-1}{7}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-6}{-1};\ \alpha: 4x+y-6z-5=0.$
11. $l:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+5}{0};\ \alpha: x+7y+3z+11=0.$
12. $l:\dfrac{x-1}{8}=\dfrac{y-8}{-5}=\dfrac{z+5}{12};\ \alpha: x-2y-3z+18=0.$
13. $l:\dfrac{x-5}{-2}=\dfrac{y-2}{0}=\dfrac{z+4}{-1};\ \alpha: 2x-5y-4z+24=0.$
14. $l:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z+3}{2};\ \alpha: 3x+4y+7z-16=0.$
15. $l:\dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-1}{5};\ \alpha: 2x+3y+7z-52=0.$
16. $l:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-2}{0}=\dfrac{z+3}{0};\ \alpha: 2x-3y-5z-7=0.$

17. $l: \frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+4}{1}; \ \alpha: 2x - y + 3z + 23 = 0.$

18. $l: \frac{x-2}{4} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+3}{-2}; \ \alpha: 3x - y + 4z = 0.$

19. $l: \frac{x-1}{2} = \frac{y+5}{4} = \frac{z-1}{2}; \ \alpha: x - 3y + 7z - 24 = 0.$

20. $l: \frac{x-5}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-2}{0}; \ \alpha: 3x + y - 5z - 12 = 0.$

21. $l: \frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{-1}; \ \alpha: x - 2y + 5z + 17 = 0.$

22. $l: \frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+3}{2}; \ \alpha: x + 2y - z - 2 = 0.$

23. $l: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{0} = \frac{z-4}{1}; \ \alpha: x - 2y + 4z - 19 = 0.$

24. $l: \frac{x+3}{1} = \frac{y-2}{-5} = \frac{z+2}{3}; \ \alpha: 5x - y + 4z + 3 = 0.$

25. $l: \frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-4}{3}; \ \alpha: x + 3y + 5z - 42 = 0.$

26. $l: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-4}{5} = \frac{z-4}{2}; \ \alpha: 7x + y + 4z - 47 = 0.$

27. $l: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-5} = \frac{z-3}{-2}; \ \alpha: x + 2y - 5z + 16 = 0.$

28. $l: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{4}; \ \alpha: x + 2y + 3z - 14 = 0.$

29. $l: \frac{x+1}{3} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z+1}{5}; \ \alpha: x + 2y - 5z + 20 = 0.$

30. $l: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z+3}{2}; \ \alpha: 2x - y + 4z = 0.$

Решение задач нулевого варианта

<u>**Задание 1.**</u> Даны координаты вершин пирамиды $SABCD$, в основании которой лежит параллелограмм $ABCD$:

$$A(6;-7;2),\ S(-6;1;-5),\ B(3;-2;3),\ D(0;4;5).$$

Используя методы векторной алгебры, найти:

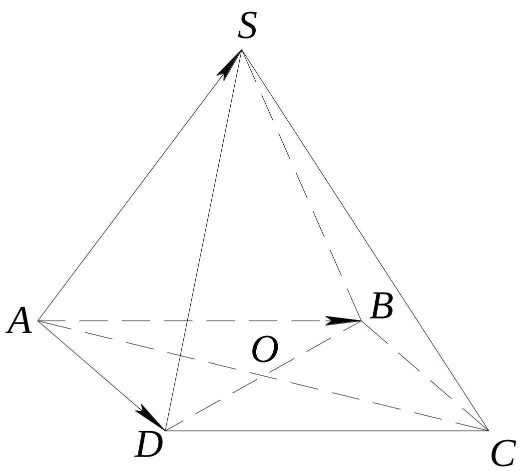
а) объём V пирамиды;

б) площадь S основания $ABCD$;

в) координаты вершины C;

г) высоту $h=DH$, проведенную из вершины пирамиды, к грани $\pi = SBC$;

д) угол $\alpha = (CD \hat{,} AS)$ между ребрами;



е) угол $\beta = (ABCD \hat{,} CDS)$ между гранями.

Сделать чертёж.

Решение.

а) Объём V пирамиды вычислим через смешанное произведение трех векторов, на которых строится пирамида:

$$V = \frac{1}{3}V_{\text{параллелепипеда}} = \frac{1}{3}\left|(\overrightarrow{AD}\ \ \overrightarrow{AB}\ \ \overrightarrow{AS})\right|.$$

Найдем координаты векторов:

$\overrightarrow{AD}(0-6;4-(-7);5-2)$, $\overrightarrow{AD}(-6;11;3)$, $\overrightarrow{AB}(-3;5;1)$, $\overrightarrow{AS}(-12;8;-7)$.

Тогда получим

$$V = \frac{1}{3}\left|(\overrightarrow{AD}\ \ \overrightarrow{AB}\ \ \overrightarrow{AS})\right| = \frac{1}{3}\mathrm{mod}\begin{vmatrix} -6 & 11 & 3 \\ -3 & 5 & 1 \\ -12 & 8 & -7 \end{vmatrix} =$$

$$= \frac{1}{3}\left|210 - 132 - 72 + 180 - 231 + 48\right| = \frac{1}{3}\cdot 3 = 1.$$

б) Площадь S основания $ABCD$ вычислим через векторное произведение двух векторов, на которых строится параллелограмм:

$$S_{ABCD} = \left|\overrightarrow{AD}\times\overrightarrow{AB}\right|.$$

Найдем векторное произведение векторов $\overrightarrow{AD}$ и $\overrightarrow{AB}$:

$$\vec{p}=\overrightarrow{AD}\times\overrightarrow{AB}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ -6 & 11 & 3\\ -3 & 5 & 1\end{vmatrix}=\vec{i}\,(11-15)-\vec{j}\,(-6+9)+\vec{k}\,(-30+33)=$$

$=-4\vec{i}-3\vec{j}+3\vec{k}$,

то есть $\vec{p}=\overrightarrow{AD}\times\overrightarrow{AB}(-4;-3;3)$.

Тогда $|\vec{p}|=\sqrt{(-4)^2+(-3)^2+3^2}=\sqrt{34}$.

Следовательно, $S_{ABCD}=\left|\overrightarrow{AD}\times\overrightarrow{AB}\right|=|\vec{p}|=\sqrt{34}$.

в) Так как $ABCD$ – параллелограмм, то $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$, причем $\overrightarrow{AB}(-3;5;1)$, $\overrightarrow{DC}(x_C-0;y_C-4;z_C-5)$. Следовательно, их соответствующие координаты должны быть равны:

$$x_C-0=-3,\quad y_C-4=5,\quad z_C-5=1;$$

то есть $x_C=-3,\quad y_C=9,\quad z_C=6.$

Таким образом, $C(-3;9;6)$.

г) Высоту *h*=*DH*, проведенную из вершины пирамиды, к грани $\pi=SBC$, вычислим из формулы для определения объема пирамиды:

$$V=\frac{1}{3}S_{\text{осн.}}h=\frac{1}{3}S_{SBC}\cdot DH,$$

откуда получим

$$DH=\frac{3V}{S_{SBC}}.$$

Найдем площадь грани $\pi=SBC$ через векторное произведение двух векторов $\overrightarrow{SB}(9;-3;8)$ и $\overrightarrow{SC}(3;8;11)$, на которых строится треугольник SBC:

$$S_{SBC}=\frac{1}{2}\left|\overrightarrow{SB}\times\overrightarrow{SC}\right|,$$

где

$$\overrightarrow{SB}\times\overrightarrow{SC}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 9 & -3 & 8\\ 3 & 8 & 11\end{vmatrix}=\vec{i}\,(-33-64)-\vec{j}\,(99-24)+\vec{k}\,(72+9)=$$

$=-97\vec{i}-75\vec{j}+81\vec{k}$,

$\overrightarrow{SB}\times\overrightarrow{SC}(-97;-75;81)$,

то есть $S_{SBC}=\frac{1}{2}\left|\overrightarrow{SB}\times\overrightarrow{SC}\right|=\frac{1}{2}\sqrt{(-97)^2+(-75)^2+81^2}=\frac{\sqrt{21595}}{2}$.

Следовательно, $DH=\frac{3V}{S_{SBC}}=\frac{3\cdot 1}{\frac{1}{2}\sqrt{21595}}=\frac{6}{\sqrt{21595}}$.

д) Угол $\alpha = (CD \hat{,} AS)$ между ребрами CD и AS есть угол между векторами $\overrightarrow{CD}(3;-5;-1)$ и $\overrightarrow{AS}(-12;8;-7)$.

Определим значение

$$\cos\alpha = \cos(\overrightarrow{CD} \hat{,} \overrightarrow{AS}) = \frac{\overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{AS}}{|\overrightarrow{CD}| \cdot |\overrightarrow{AS}|} =$$

$$= \frac{3 \cdot (-12) + (-5) \cdot 8 + (-1) \cdot (-7)}{\sqrt{3^2 + (-5)^2 + (-1)^2}\sqrt{(-12)^2 + 8^2 + (-7)^2}} =$$

$$= \frac{-69}{\sqrt{35}\sqrt{257}} = \frac{-69}{\sqrt{8995}},$$

откуда $\alpha = \arccos\left(\frac{-69}{\sqrt{8995}}\right)$.

е) Угол $\beta = (ABCD \hat{,} CDS)$ между гранями $ABCD$ и CDS есть угол между нормальными векторами этих граней.

Для параллелограмма $ABCD$ нормальным вектором $\vec{n}_1$ является векторное произведение векторов $\overrightarrow{AD}(-6;11;3)$ и $\overrightarrow{AB}(-3;5;1)$:

$$\vec{n}_1 = \overrightarrow{AD} \times \overrightarrow{AB}(-4;-3;3) \text{ (см. пункт б).}$$

Для треугольника CDS нормальным вектором $\vec{n}_2$ является векторное произведение векторов $\overrightarrow{CD}(3;-5;-1)$ и $\overrightarrow{CS}(-3;-8;-11)$:

$$\vec{n}_2 = \overrightarrow{CD} \times \overrightarrow{CS} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & -5 & -1 \\ -3 & -8 & -11 \end{vmatrix} = \vec{i}(55-8) - \vec{j}(-33-3) + \vec{k}(-24-15) =$$

$$= 47\vec{i} + 36\vec{j} - 39\vec{k},$$

то есть $\vec{n}_2(47;36;-39)$.

Тогда получим

$$\cos\beta = \cos(ABCD \hat{,} CDS) = \frac{\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} =$$

$$= \frac{(-4) \cdot 47 + (-3) \cdot 36 + 3 \cdot (-39)}{\sqrt{(-4)^2 + (-3)^2 + 3^2}\sqrt{47^2 + 36^2 + (-39)^2}} =$$

$$= \frac{413}{\sqrt{34}\sqrt{5026}} = \frac{413}{\sqrt{170884}},$$

откуда $\beta = \arccos\frac{413}{\sqrt{170884}}$.

***Ответ*:** а) $V = 1$; б) $S_{ABCD} = \sqrt{34}$; в) $C(-3;9;6)$;

г) $DH=\frac{6}{\sqrt{21595}}$; д) $\alpha=\arccos\left(\frac{-69}{\sqrt{8995}}\right)$; е) $\beta=\arccos\frac{413}{\sqrt{170884}}$.

<u>Задание 2</u>. Дан квадрат. Известны уравнение одной из его сторон $3x+2y-23=0$ и координаты центра $(2;2)$. Составить уравнения остальных сторон квадрата и вычислить координаты вершин. Сделать чертёж.

Направляющим вектором прямой называется любой ненулевой вектор, параллельный данной прямой.

Угловым коэффициентом прямой называется число, равное отношению второй координаты направляющего вектора к первой.

Для прямой с направляющим вектором $\vec{p}(\alpha;\beta)$ угловой коэффициент есть $z=4-3x^2-y^2+6x-6y$, $\alpha\neq 0$.

Геометрический смысл углового коэффициента прямой в прямоугольно декартовой системе координат: угловой коэффициент прямой равен тангенсу направленного угла от базисного вектора оси абсцисс до направляющего вектора прямой ($k=\operatorname{tg}\phi$, где $\phi=(\widehat{\vec{i},\vec{p}})$).

Нормальным вектором прямой называется любой ненулевой вектор, ортогональный данной прямой.

Различные способы задания прямой:

1) уравнение прямой, заданной точкой $M_0(x_0;y_0)$ и направляющим вектором z''_{yx} (каноническое уравнение):

$$\frac{x-x_0}{\alpha}=\frac{y-y_0}{\beta};$$

2) параметрические уравнения прямой, заданной точкой $z''_{yx}=(z'_y)'_x=20y^4\cdot(-\sin\left(y^5-x^2\right))\cdot(-2x)+3e^{3x\cdot y}+3x\cdot 3y\cdot e^{3x\cdot y}=$ и направляющим вектором $\vec{p}(\alpha;\beta)$:

$$\begin{cases} x=x_0+\alpha t, \\ y=y_0+\beta t; \end{cases}$$

3) уравнение прямой, заданной двумя точками $z'_y=20y^4\cdot\cos\left(y^5-x^2\right)+3x\cdot e^{3x\cdot y}+7y^{-2}$, $M_2(x_2;y_2)$:

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1};$$

4) уравнение прямой в «отрезках»:

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1,$$

здесь прямая отсекает на осях координат отрезки *a* и *b*;

5) уравнение прямой, заданной точкой $M_0(x_0;y_0)$ и угловым коэффициентом *k*:

$$y-y_0=k(x-x_0);$$

6) уравнение прямой, заданной точкой $M_0(x_0;y_0)$ и нормальным вектором $\vec{n}(a;b)$:

$$a(x-x_0)+b(y-y_0)=0;$$

7) общее уравнение прямой:

$$Ax+By+C=0,\ A^2+B^2\neq 0.$$

<u>Замечание.</u> Из общего уравнения прямой $Ax+By+C=0$ можно найти координаты направляющего вектора $\vec{p}(B;-A)$, координаты нормального вектора $\vec{n}(A;B)$, а также угловой коэффициент данной прямой $k=-\dfrac{A}{B}$.

Если прямые заданы своими общими уравнениями l_1: $A_1x+B_1y+C_1=0$ и $A=z''_{xx}(x_0;y_0)$: $A_2x+B_2y+C_2=0$, то их направляющими векторами являются $\vec{p}_1(B_1;-A_1)$ и $\vec{p}_2(B_2;-A_2)$. Тогда *угол между прямыми* вычисляется как угол между их направляющими векторами:

$$\cos(l_1\hat{,}l_2)=\cos(\vec{p}_1\hat{,}\vec{p}_2)=\frac{\vec{p}_1\cdot\vec{p}_2}{|\vec{p}_1|\cdot|\vec{p}_2|}=\frac{A_1A_2+B_1B_2}{\sqrt{A_1^2+B_1^2}\cdot\sqrt{A_2^2+B_2^2}}.$$

Направленный угол между прямыми l_1: $A_1x+B_1y+C_1=0$ и l_2: $A_2x+B_2y+C_2=0$ вычисляется по формуле

$$\operatorname{tg}\phi=\frac{A_1B_2-A_2B_1}{A_1A_2+B_1B_2}.$$

Если для прямых l_1 и l_2 известны их угловые коэффициенты k_1 и k_2, то направленный угол между прямыми l_1 и l_2 вычисляется по формуле

$$\operatorname{tg}\phi=\frac{k_2-k_1}{k_1k_2+1}.$$

<u>Замечания.</u>

1. Если прямые параллельны или совпадают, то их угловые коэффициенты равны:

$$\left[\begin{array}{l} l_1//l_2, \\ l_1\equiv l_2 \end{array}\right.\Leftrightarrow\ k_1=k_2.$$

2. Угловые коэффициенты взаимно перпендикулярных прямых обратны по величине и противоположны по знаку:

$$l_1\perp l_2\ \Leftrightarrow\ k_1\cdot k_2=-1,\ \text{то есть}\ k_1=-\frac{1}{k_2}.$$

Расстояние от точки $M_0(x_0;y_0)$ *до прямой* l: $Ax+By+C=0$ вычисляется по формуле

$$\rho(M_0,l)=\frac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}.$$

Расстояние между двумя параллельными прямыми l_1: $Ax+By+C_1=0$ и $A=z''_{xx}(x_0;y_0)$: $Ax+By+C_2=0$ вычисляется по формуле

$$\rho(l_1,l_2)=\frac{|C_1-C_2|}{\sqrt{A^2+B^2}}.$$

Решение.

Пусть $ABCD$ – данный квадрат и сторона BC задана уравнением $3x+2y-23=0$. Так как стороны BC и AD параллельны, то уравнение стороны AD можно записать в виде: $3x+2y+C=0$. Найдём расстояние от центра $M(2;2)$ до стороны BC:

$$\rho(M,BC)=\frac{|3\cdot 2+2\cdot 2-23|}{\sqrt{3^2+2^2}}=\frac{13}{\sqrt{13}}=\sqrt{13}.$$

Аналогично, найдем расстояние от центра $M(2;2)$ до стороны AD:

$$\rho(M,AD)=\frac{|3\cdot 2+2\cdot 2+C|}{\sqrt{3^2+2^2}}=\frac{|10+C|}{\sqrt{13}}=\sqrt{13},$$

тогда

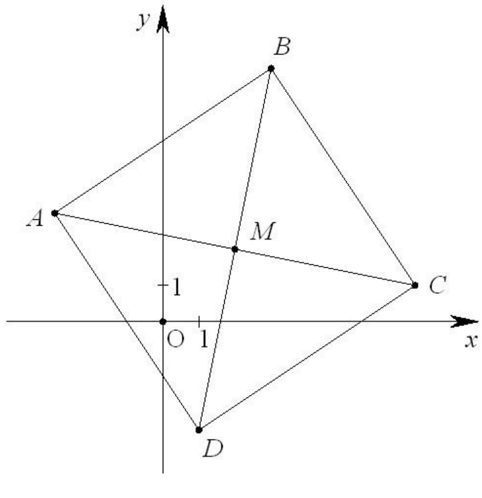
$$|C+10|=13,$$

$$\left[\begin{array}{l} C+10=13, \\ C+10=-13; \end{array}\right. \left[\begin{array}{l} C=3, \\ C=-23. \end{array}\right.$$

Получили два значения постоянной C, причём при $C=-23$ имеем уравнение стороны BC, при $C=3$ – уравнение стороны AD: $3x+2y+3=0$.

Составим уравнения сторон $AB \| CD$. Для этого воспользуемся условием перпендикулярности прямых AB и BC. Направляющий вектор $\vec{p}(2;-3)$ прямой BC является нормальным вектором для прямой AB. Таким образом, уравнения параллельных сторон AB и CD можно записать в виде

$$2x-3y+C=0.$$



Для определения постоянной C найдём расстояние от центра M квадрата до сторон AB и CD:

$$\rho(M,AB)=\frac{|2\cdot 2-3\cdot 2+C|}{\sqrt{2^2+(-3)^2}}=\frac{|C-2|}{\sqrt{13}}=\sqrt{13}.$$

Следовательно,

$$|C-2|=13,$$

$$\left[\begin{array}{l} C-2=13, \\ C-2=-13; \end{array}\right. \left[\begin{array}{l} C=15, \\ C=-11. \end{array}\right.$$

Получим уравнения сторон:

стороны AB: $2x-3y+15=0$,

сторона CD: $2x-3y-11=0$.

Найдем координаты вершин квадрата.

Так как вершина A является общей точкой сторон AB и AD, то ее координаты удовлетворяют и уравнению AB, и уравнению AD. Следовательно, координаты вершины A можно найти, решив систему, составленную из уравнений сторон AB и AD:

$$\begin{cases} 2x-3y+15=0, \\ 3x+2y+3=0, \end{cases}$$

откуда $x=-3$, $y=3$, то есть $A(-3;3)$.

Аналогично, вершина B есть точка пересечения сторон AB и BC, то есть ее координаты определяются из системы:

$$\begin{cases} 2x-3y+15=0, \\ 3x+2y-23=0, \end{cases}$$

откуда $B(3;7)$.

Для определения координат вершин C и D воспользуемся центром M квадрата. Так как точка M – это точка пересечения диагоналей квадрата, то справедливо $AM=MC$ и $BM=MD$.

Рассмотрим отрезок AC. Точка M является его серединой, следовательно, для её координат выполняются равенства:

$$x_M=\frac{x_A+x_C}{2},\ y_M=\frac{y_A+y_C}{2},$$

откуда выразим координаты вершины C:

$$x_C=2x_M-x_A,\ y_C=2y_M-y_A,$$

то есть $x_C=2x_M-x_A=2\cdot 2-(-3)=7$, $y_C=2y_M-y_A=2\cdot 2-3=1$.

Таким образом, $C(7;1)$.

Рассмотрим отрезок BD. Точка M также является его серединой, следовательно, для её координат выполняются равенства:

$$x_M=\frac{x_B+x_D}{2},\ y_M=\frac{y_B+y_D}{2},$$

откуда определяем координаты вершины D:

$$x_D=2x_M-x_B=2\cdot 2-3=1,$$
$$y_D=2y_M-y_B=2\cdot 2-7=-3,$$

то есть $D(1;-3)$.

Ответ: $3x+2y+3=0$, $2x-3y+15=0$, $2x-3y-11=0$, $(-3;3)$, $(3;7)$, $(7;1)$, $(1;-3)$.

<u>Задание 3.</u> Построить кривую $9x^2-4y^2-90x-8y+185=0$ в прямоугольной декартовой системе координат. Определить все ее параметры.

Линии, определяемые уравнениями второй степени относительно текущих координат

$$Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0, \qquad (*)$$

где $A, B, C, D, E, F \in R$, причем, по крайней мере, одно из чисел A, B или C отлично от нуля, называются линиями второго порядка.

В зависимости от коэффициентов, уравнение (*) определяет на плоскости окружность, эллипс, гиперболу или параболу.

Эллипс

Каноническое уравнение: $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1,$

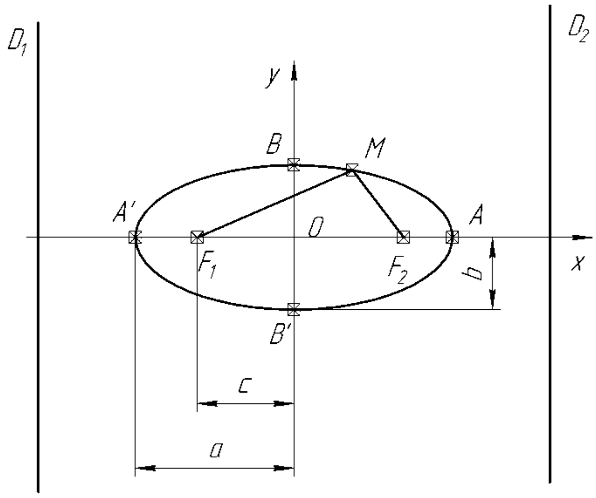
$F_1M + F_2M = 2b, \ (a > b)$

$F_1M + F_2M = 2a, \ (a < b)$

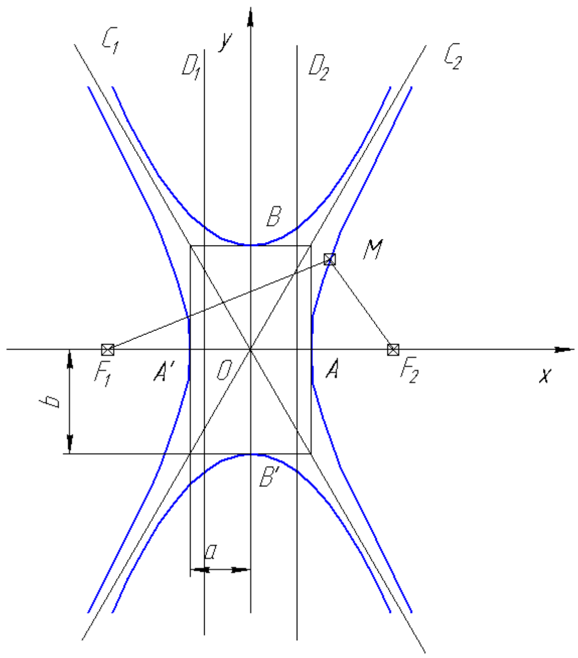
Уравнения директрис:

$x = \pm a / \varepsilon = \pm a^2 / c, \ (a > b)$

$y = \pm b / \varepsilon = \pm b^2 / c, \ (a < b)$



Эксцентриситет: $\begin{array}{l} \varepsilon = c / a, (a > b), \\ \varepsilon = c / b, (a < b) \end{array}$



Гипербола. Каноническое уравнение:

$\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1.$

Асимптоты $y = \pm bx / a$,

Директриса $x = \pm a / \varepsilon$,

Эксцентриситет: $\varepsilon = c / a = \sqrt{1 + b^2 / a^2}$,

$F_1(-c, 0), F_2(c, 0)$

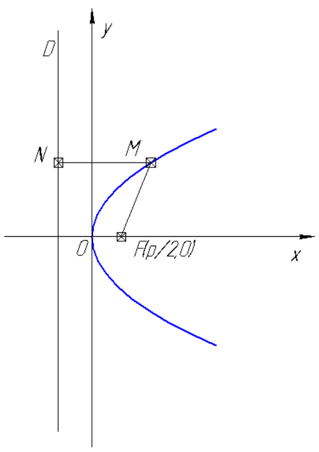
Фокусы: $b^2 = c^2 - a^2$

$|F_1M - F_2M| = 2a$

Парабола. Каноническое уравнение:

$y^2 = 2px$,

Директриса $x = -p/2$. Фокус $F(p/2, 0)$,



$FM = MN$

Решение: приведем уравнение кривой к каноническому виду, выделив полные квадраты относительно переменных x, y:

$$9x^2-4y^2-90x-8y+185=0,$$
$$9(x^2-10x)-4(y^2+2y)+185=0,$$
$$9(x^2-10x+25)-4(y^2+2y+1)-25\cdot9+4+185=0,$$
$$9(x-5)^2-4(y+1)^2=36,$$
$$\frac{(x-5)^2}{4}-\frac{(y+1)^2}{9}=1.$$

Последнее равенство определяет гиперболу с центром в точке $O'(5;-1)$ и полуосями $a=2$, $b=3$. Определим все параметры нашей линии:

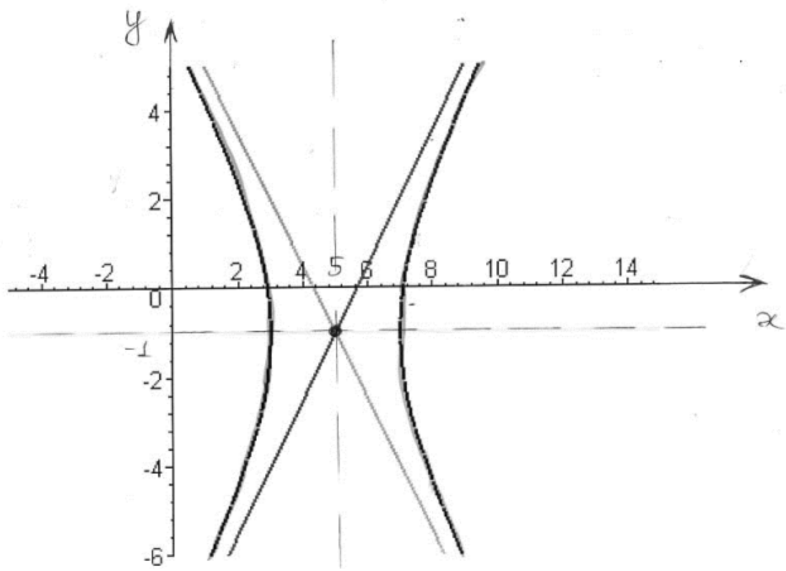
асимптоты $y-y_0=\pm\dfrac{b(x-x_0)}{a}\Rightarrow y+1=\pm\dfrac{3(x-5)}{2}\Rightarrow y=-1\pm\dfrac{3(x-5)}{2}$;

эксцентриситет $\varepsilon=\dfrac{c}{a}=\sqrt{1+\dfrac{b^2}{a^2}}=\sqrt{1+\dfrac{9}{4}}=\dfrac{\sqrt{13}}{2}$;

фокусы $F_1(-c+x_0,y_0),\ F_2(c+x_0,y_0)\Rightarrow F_1(-\sqrt{13}+5,-1),\ F_2(\sqrt{13}+5,-1)$;

директриса $x-x_0=\pm\dfrac{a}{\varepsilon}\Rightarrow x-5=\pm\dfrac{4}{\sqrt{13}}\Rightarrow x=5\pm\dfrac{4}{\sqrt{13}}$.

Построим кривую в прямоугольной декартовой системе координат.



<u>Задание 4.</u> Найти расстояние от точки $D(2;4;5)$ до плоскости, проходящей через три точки $A(3;3;-2),B(1;0;-1),C(4;-1;2)$.

Решение: Три точки пространства, не лежащие на одной прямой, определяют единственную плоскость. Тогда уравнение плоскости, проходящей через точки $A(x_1;y_1;z_1),B(x_2;y_2;z_2),C(x_3;y_3;z_3)$, можно определить следующим образом

$$\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ x_3-x_1 & y_3-y_1 & z_3-z_1 \end{vmatrix}=0.$$

Подставляя координаты данных точек в определитель, получим

$$\begin{vmatrix} x-3 & y-3 & z+2 \\ -2 & -3 & 1 \\ 1 & -4 & 4 \end{vmatrix} = 0,$$

$$-12(x-3) + y - 3 + 8(z+2) + 3(z+2) + 8(y-3) + 4(x-3) = 0,$$

$$8x - 9y - 11z + 19 = 0.$$

Расстояние от точки $D(x_0; y_0; z_0)$ до плоскости $\alpha : ax + by + cz + d = 0$ определяется по формуле $\rho(D,\alpha) = \dfrac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$.

Тогда искомое расстояние равно

$$\rho(D,\alpha) = \frac{|8 \cdot 2 - 9 \cdot 4 - 11 \cdot 5 + 19|}{\sqrt{8^2 + (-9)^2 + (-11)^2}} = \frac{56}{\sqrt{266}} = \frac{28\sqrt{266}}{133}$$

Ответ: $\dfrac{28\sqrt{266}}{133}$

<u>Задание 5. </u> Найти точку пересечения и угол между прямой $l : \dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y}{-2} = \dfrac{z+2}{3}$ и плоскостью $\alpha : 3x - y + z + 6 = 0$.

Решение: Представим уравнение прямой в параметрическом виде

$$\begin{cases} x = 3t + 1, \\ y = -2t, \\ z = 3t - 2. \end{cases}$$

Подставим полученные значения переменных в уравнение плоскости $3(3t+1) - (-2t) + 3t - 2 + 6 = 0$. Получим $t = -0,5$. Подставляя найденное значение параметра в уравнение плоскости определим координаты точки пересечения прямой и плоскости: $A(-0,5; 1; -3,5)$.

Определим угол между прямой и плоскостью. Нормальный вектор плоскости имеет координаты $\vec{N}(3; -1; 1)$, а направляющий вектор прямой – $\vec{p}(3; -2; 3)$. Тогда $\sin\varphi = \dfrac{|3 \cdot 3 + (-1) \cdot (-2) + 1 \cdot 3|}{\sqrt{3^2 + (-1)^2 + 1^2}\sqrt{3^2 + (-2)^2 + 3^2}} = \dfrac{7\sqrt{2}}{11}$.

Тогда $\varphi = \arcsin\left(\dfrac{7\sqrt{2}}{11}\right)$

Ответ: $A(-0,5; 1; -3,5)$, $\varphi = \arcsin\left(\dfrac{7\sqrt{2}}{11}\right)$

Литература

1. Попов, Сухоцкий Аналитическая геометрия [Электронный ресурс]:Учебник и практикум. - Москва: Издательство Юрайт, 2019. - 232 – Режим доступа: https://www.biblio-online.ru/bcode/433849

2. Потапов Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс]:учебник и практикум для вузов. - Москва: Юрайт, 2023. - 309 с – Режим доступа: https://urait.ru/bcode/511926

3. Привалов Аналитическая геометрия [Электронный ресурс]:учебник для вузов. - Москва: Юрайт, 2023. - 233 с.

4. Резниченко Аналитическая геометрия в примерах и задачах в 2 ч. Часть 1 [Электронный ресурс]:Учебник и практикум. - Москва: Издательство Юрайт, 2019. - 302 – Режим доступа: https://www.biblio-online.ru/bcode/436999

5. Резниченко Аналитическая геометрия в примерах и задачах в 2 ч. Часть 2 [Электронный ресурс]:Учебник и практикум. - Москва: Издательство Юрайт, 2019. - 288 – Режим доступа: https://www.biblio-online.ru/bcode/438309

6. Плотникова, Иванов, Логинова, Морозова Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс]:Учебник и практикум. - Москва: Издательство Юрайт, 2019. - 340 – Режим доступа: https://www.biblio-online.ru/bcode/436467

7. Ильин В. А. Аналитическая геометрия: [учебник для физических специальностей и специальности "Прикладная математика"] / Ильин В. А., Позняк Э. Г. - Изд. 6-е, стер. - Москва: Физматлит, 2001. - 240с.

8. Практическое руководство к решению задач по высшей математике: Линейная алгебра. Векторная алгебра. Аналитическая геометрия. Введение в математический анализ. Производная и ее приложения : учебное пособие / - Санкт-Петербург [и др.]: Лань, 2007. - 319с

9. Моденов П. С. Аналитическая геометрия: [учебник для заочных и вечерних отделений университетов и педагогических вузов] / Моденов П. С. - Москва: Изд-во Моск. ун-та, 1969. - 698с.

10. Погорелов А. В. Аналитическая геометрия: учебник для студентов высших учебных заведений / Погорелов А. В. - 3-е изд. - Москва: Наука, 1968. - 176с

11. Базылев В. Т. Геометрия: учебное пособие для 1 курса физико-математических факультетов педагогических институтов / Дуничев К. И., Иваницкая В. П., Базылев В. Т. - Москва: Просвещение, 1974. - 351с.

12. Ильин Владимир Александрович Аналитическая геометрия: [учебник для университетов по специальности "Прикладная математика" и "Физика"] / Ильин Владимир Александрович - 4-е изд., доп. - Москва: Наука, 1988. - 223с.

Приложение

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Чувашский государственный университет имени И.Н. Ульянова»

РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА
по дисциплине: «Аналитическая геометрия»
I семестр
Вариант ___

Выполнил:
студент группы ________
____
учебный шифр _________

Проверил:
____

Чебоксары 20___